Trabajo N° 1 Matemática 6to A

Buenas a todos y todas. Hemos dejado claro cómo será el procedimiento de los trabajos. Por si acaso y si no se entendió, dejo detallado todo de nuevo:

. Los trabajos serán combinados con las clases presenciales, dentro de este trabajo encontraran la información que se necesita para realizar el mismo por si sucede algo y no pueden presenciar la clase.

. Los trabajos los entregan, dentro de la semana que se les exige y se verá reflejada a continuación.

. OJO, no porque tengan la información detallada en el trabajo no deben ir a la escuela. Lo presencial nos ayuda a fijar los conceptos y ejercitar, también ver lo que no se puede trasmitir por acá.

. Utilicen el Classroom para enviarme los tps.

. Aprovechen la semana que no van para resolver los puntos ya dados la semana anterior.

. Dudas, preguntas o consultas al grupo de wtp, así capaz le resuelven las dudas a otro/a que tenía las mismas.

Profesor: Alejandro Petrillo

Fecha de entrega:

Grupo 1: 21/4

Grupo 2: 28/4

Wtp: 1140754757

Repaso de funciones

Como ya hemos hablado la idea es trabajar todo el año con funciones. Entonces repasemos ciertas nociones básicas, seguramente ya vistas en algún otro año.

Definiciones a tener en cuenta:

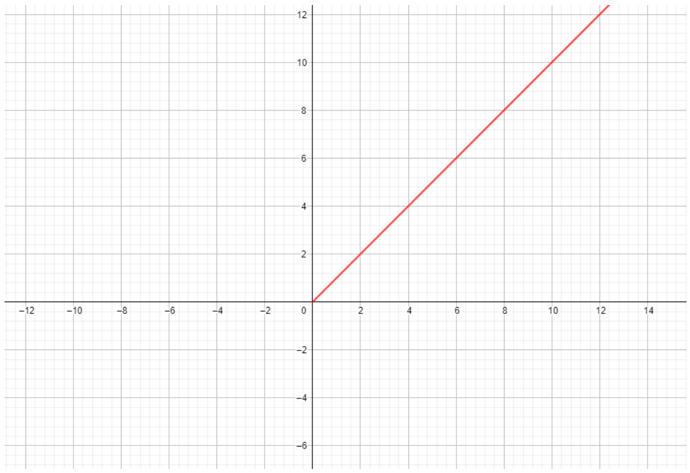
Ejes: Unión de dos rectas donde analizamos la función. Donde al eje horizontal lo llamamos X y al eje vertical lo notamos Y.

Punto: En el plano se localiza como (X,Y) y lo llamamos coordenadas. Donde primero se ubica en el eje X y luego en el eje Y. Siempre notamos un punto con una letra mayúscula. Ejemplo: A=(1,1), C=(-2,7).

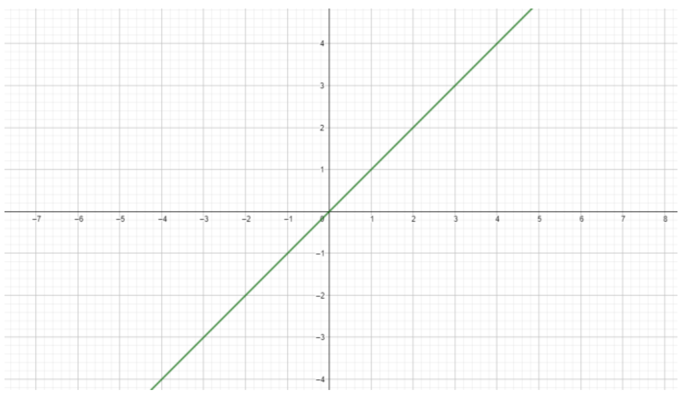
Escala: Valor grafico que le damos nosotros a los números. Esta escala va a depender de los valores con los que estemos trabajando.

Función: Es una relación entre 2 variables donde a cada valor de la variable independiente (x) le corresponde un "UNICO" valor de la variable dependiente (y).

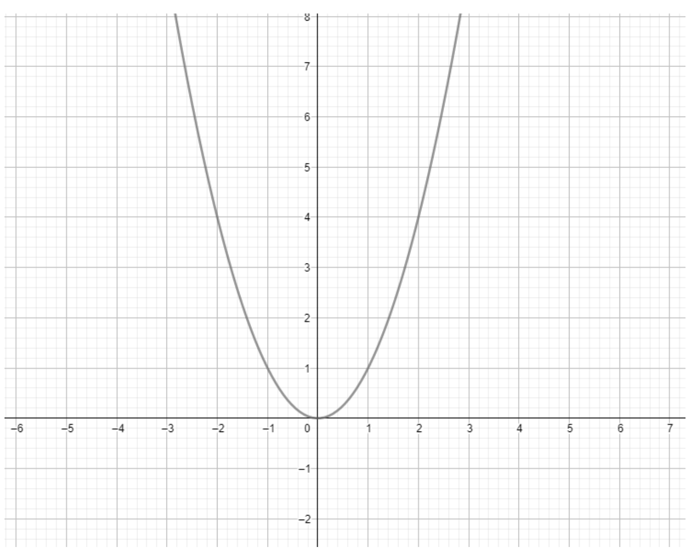
Luego de repasar un poco esto, veamos 2 ejemplos de función y 2 ejemplos de no función.



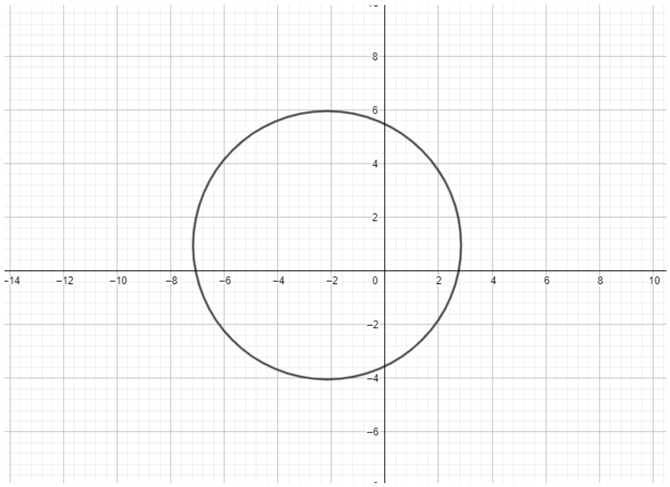
Este ejemplo no es función. Vean que la definición dice que para cada valor de X hay un único valor en Y. En este caso pasa que existen valores de Y para cada valor positivo de X. Pero, ¿Qué pasa con los valores negativos? No tiene valores de Y.



Este caso es función, es muy similar al anterior, pero en este si tenemos valores de X para la parte positiva y también para la parte negativa. También son únicos, entonces es función.



Es este caso, veamos que para los valores de X positivos si tenemos valores de Y y son únicos, lo mismo pasa con los valores negativos, tenemos valores de Y y son únicos entonces, es función. Noten que para cada valor de Y hay 2 de X, como por ejemplo para el 1 en Y, hay 2 de X, pero eso no me interesa a la hora de ver si es función.



En este caso pasan 2 cosas, una que para ciertos valores de X no tengo valores de Y, pero también que para ciertos X tengo dos valores de Y. No es función.

Ya sabiendo distinguir las funciones, sumemos dos definiciones más para poder analizarlas mejor.

Dominio: conjunto de todos los valores que toma la variable independiente (x). Lo distinguimos con la letra D.

Imagen: Conjunto de todos los valores que toma la variable dependiente (y). Los distinguimos con la letra I.

Ejemplo:

Veamos un poco más arriba los 2 ejemplos que son funciones y analicemos el dominio y la imagen.

Línea recta verde:

El dominio en esa función son todos los números reales y lo escribiremos D=R.

La imagen en esa función son también todos los números reales y escribiremos I=R

Curva de color gris:

El dominio son todos los números reales, porque son todos los valores que toma la función, entonces D=R.

La imagen, no es igual que el anterior. Noten que los valores en Y por debajo del 0, no tienen valor en X, entonces esos valores no los toma. Pero a partir de ahí si toma valores hacia infinito. Entonces diremos I=[0,+∞)

Tengan en cuenta que siempre que es función el dominio va a ser todos los números reales, si no, hay un problema.

Función exponencial

Luego de recordar cómo eran las funciones y sus características, tengamos en cuenta las funciones que hemos visto y analizado años anteriores.

Función lineal.

Función del tipo $f(x) = mx + b$ donde el grafico era una recta y notemos que tenemos la X con exponente 1.

Función cuadrática.

Función del tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$ donde el grafico era una parábola y notemos que la X tiene exponente 2.

También como para tener en cuenta tenemos diferentes funciones polinómicas, que serian similares a tener como función un polinomio de grado mayor a 2. Ya vistos y estudiados en años anteriores.

Ahora vamos a estudiar otra función un poco más concreta, llamada función exponencial. La cual y como el nombre lo indica será característica por su exponente.

Forma general de la función exponencial.

$$f(x) = ab^x + c$$

Donde $a, b \ y \ c$ pueden ser cualquier número real.

Notemos que la variable como dijimos antes, está en el exponente. Los otros 3 números dependerán de la situación concreta que se presente.

Hasta ahora sabemos cómo distinguir esta función de las demás conocidas, pero veamos cómo se grafica:

Recordemos que las demás funciones la graficábamos con la famosa tablita de valores (en el caso de la recta o lineal) y buscando el vértice, sumado a la tabla de valores hacíamos la cuadrática. Ahora con respecto a esta función vamos a hacer también la tabla de valores, pero vamos a darle unos valores más ¿Por qué? Para notar la diferencia hacia dónde va la curva y que tan rápido crece. Tomemos la siguiente función como ejemplo:

$$f(x) = 3^x + 1$$

La idea de la tabla de valores es que nosotros le demos un valor a X y que la función nos devuelva un valor de Y o F(x) (que es lo mismo). Entonces tomemos algunos valores para poder ubicarlos en la recta.

$x = 1$

$f(1) = 3^1 + 1$

$f(1) = 4$

$x = 2$

$f(2) = 3^2 + 1$

$f(2) = 10$

$x = 0$

$f(0) = 3^0 + 1$

$f(0) = 2$

$x = -1$

$f(-1) = (3)^{-1} + 1$

$f(-1) = \frac{1}{3} + 1$

$f(-1) = \frac{4}{3}$

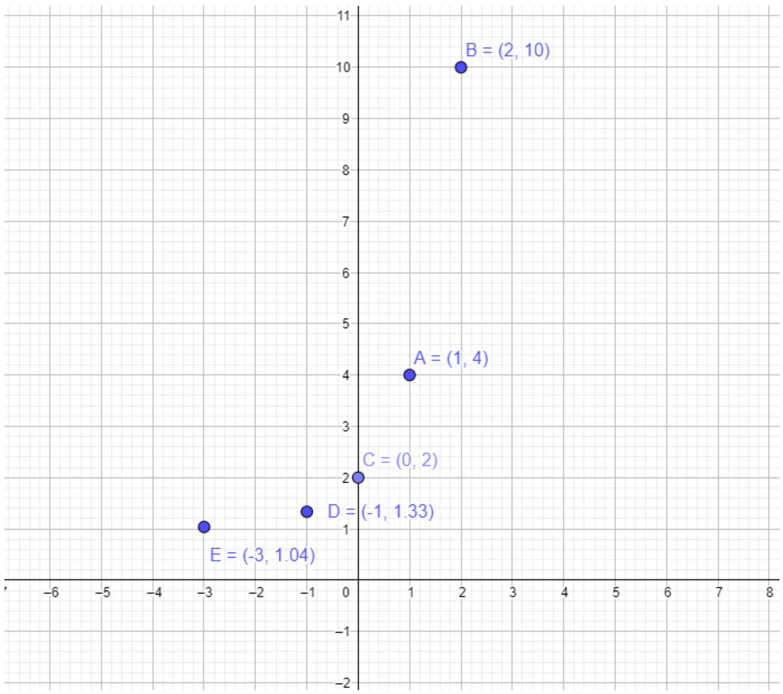
$x = -3$

$f(x) = 3^{-3} + 1$

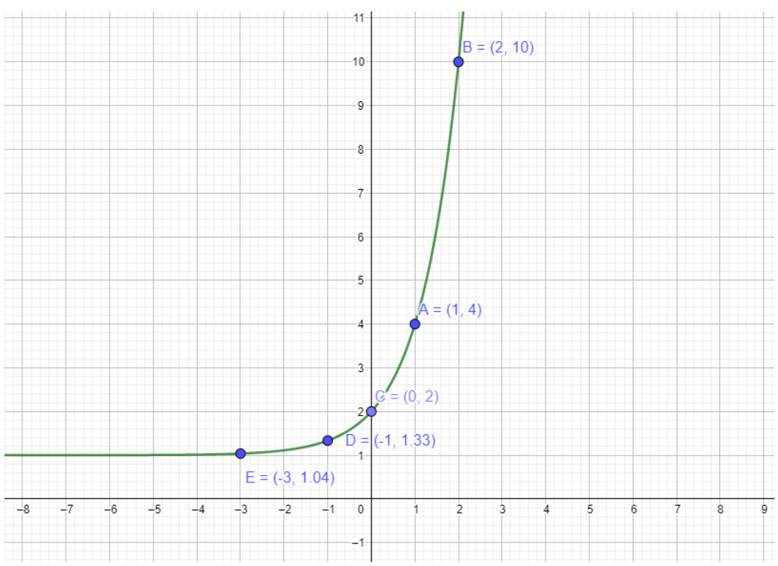
$f(-3) = \frac{1}{27} + 1$

$f(-3) = \frac{28}{27}$

Entonces ya tenemos 5 puntos para ubicar con sus respectivas coordenadas en x e y. Ubiquemos los puntos para luego graficar.



Luego de ver como es la función maso menos, tengamos en cuenta capaz algún valor más para ver que la curva donde termina (es decir dónde va hacia el infinito negativo) pasa siempre sobre el 1 y no es 1, va a pasar en todas las exponenciales. Que rosa un valor pero no llega a serlo. Ahora grafiquémosla:



Notemos esto que nombramos, sobre como los valores se hacen más chicos y se parecen al 1 pero no llega a serlo.

Ya vimos como cuando tenemos una función exponencial la podemos graficar.

Ahora, ¿Qué pasa cuando tenemos una ecuación exponencial?

Si todos vuelven a la primera clase puede recordar y ver la diferencia entre una función y una ecuación.

Veamos cómo resolver una ecuación exponencial.

Supongamos que la ecuación se presenta de la siguiente manera

$$2^x - 2 = 0$$

Bien, despejamos normalmente:

$$2^x = 2$$

Y viendo eso podemos ver del otro lado que 2 es lo mismo que 2 a la exponente 1, entonces:

$$2^x = 2^1$$

Entonces para que esa igualdad se cumple $x = 1$ y ya está. Pero, ¿Qué pasa cuando la ecuación no es tan fácil?

Debemos encontrar lo que sería la operación inversa a la exponencial. Que vamos a llamar logaritmo. Entonces…

Logaritmo

Los logaritmos son otra manera de pensar en exponentes.

Por ejemplo sabemos que $2^4 = 16$.

Ahora supongamos que nos preguntan "2 elevado a que potencia es igual a 16?" En este caso la respuesta sería: 4. Esto lo expresamos en una ecuación logarítmica (y se lee como "log base dos de dieciséis es cuatro").

$2^4 = 16$ Son similares entonces $\log_2 16 = 4$

Ambas formas describen lo mismo de una manera diferente.

Vean más ejemplos de ecuaciones logarítmicas y exponenciales equivalentes.

Forma logarítmica		Forma exponencial
$\log_2(8) = 3$	$\Longleftrightarrow$	$2^3 = 8$
$\log_3(81) = 4$	$\Longleftrightarrow$	$3^4 = 81$
$\log_5(25) = 2$	$\Longleftrightarrow$	$5^2 = 25$

Al generalizar los ejemplos anteriores obtenemos la definición formal de un logaritmo.

$\log_b a = c$ Sería similar a $b^c = a$

Ambas ecuaciones describen la misma relación donde **b** es la base, **c** es el exponente y **a** el valor de entrada.

Veamos como calcular los siguientes ejemplos:

$\log_3 27 =$

$\log_4 2 =$

Para estos dos ejercicios apliquemos la propiedad de arriba, es decir, ver cuando son similares y resolver.

$\log_3 27$ Dijimos que era similar a $3^c = 27$

En ese caso si factorizamos 27=3*3*3 veamos que pasa $3^c = 3^3$ entonces c=3 y nos quedaría:

$\log_3 27 = 3$

Lo mismo para el otro:

$\log_4 2$ Similar a $4^c = 2$

Recordemos que si el exponente es fracción eso hace que pase de ser exponente a ser raíz, es decir, que $4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$ entonces gracias a eso podemos ver que $c = \dfrac{1}{2}$ en este caso.

Noten que a la hora de resolver estos ejercicios siempre buscamos diferentes formas de escribir estos números.

Veamos que pasa cuando aparecen estos en forma de ecuaciones simples. Ejemplos:

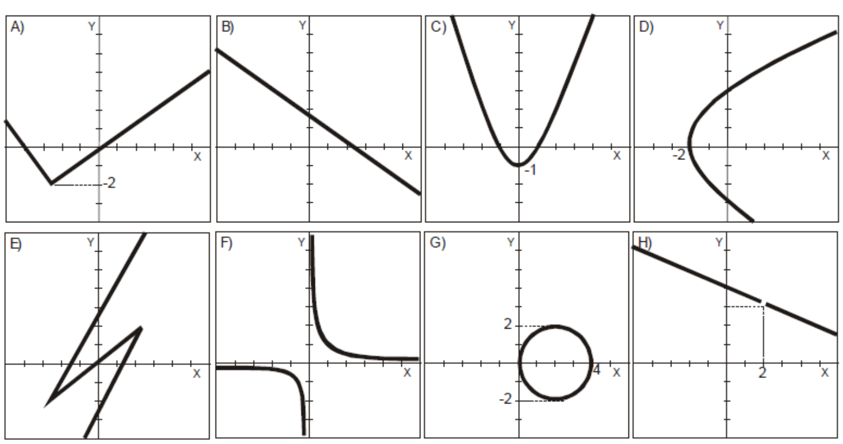
$\log_2 x = 3$

Cuando les pase eso, es tan sencillo como pasarlo a la propiedad similar que vimos arriba y listo, veamos:

$\log_2 x = 3$ Similar a $2^3 = x$ y resolvemos eso, sabiendo todos que x=8.

<u>Trabajo para entregar N° 1</u>

1. Analizar los siguientes gráficos.



a) Analizar si los siguientes gráficos son o no función.
b) En caso de que sean función, calcular el Dominio y la Imagen de cada uno.

2. Decidir si las siguientes son funciones lineales, cuadráticas, polinómicas o exponenciales.
   a) $f(x) = -x + 9$
   b) $f(x) = x^4 + x^2 + 1$
   c) $f(x) = 7^{x+1} + 3$
   d) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 4$
   e) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1$
   f) $f(x) = x^2 + x - x^3$
3. Graficar y dar el dominio de las siguientes funciones exponenciales
   a) $f(x) = 4^x - 1$
   b) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
   c) $f(x) = -3^x + 2$
   d) $f(x) = 5^{x+1} + \frac{1}{2}$
4. Investigar si existen otras funciones aparte de la lineal, cuadrática, polinomica y exponencial. Dar la función correspondiente y si es posible un grafico.
5. Calcular
   a) $\log_2 256 =$
   b) $\log_3 \frac{1}{81} =$
   c) $\log_{\frac{1}{2}} 16 =$
   d) $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{128} =$
   e) $\log_{0.5} 16 =$
6. Calcular el valor indicado con x
   a) $\log_3 x = 4$
   b) $\log_5 x = 0$
   c) $\log_{\frac{1}{2}} x = -1$
   d) $\log_x 16 = 4$
   e) $\log_x 27 = -3$
   f) $\log_x \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$