Trabajo N° 3 Matemática 5to A

Buenas a todos y todas. Hemos dejado claro cómo será el procedimiento de los trabajos. Por si acaso y si no se entendió, dejo detallado todo de nuevo:

. Los trabajos serán combinados con las clases presenciales, dentro de este trabajo encontraran la información que se necesita para realizar el mismo por si sucede algo y no pueden presenciar la clase.

. Los trabajos los entregan, dentro de la semana que se les exige y se verá reflejada a continuación.

. OJO, no porque tengan la información detallada en el trabajo no deben ir a la escuela. Lo presencial nos ayuda a fijar los conceptos y ejercitar, también ver lo que no se puede trasmitir por acá.

. Utilicen el Classroom para enviarme los tps.

. Aprovechen la semana que no van para resolver los puntos ya dados la semana anterior.

. Dudas, preguntas o consultas al grupo de wtp, así capaz le resuelven las dudas a otro/a que tenía las mismas.

Profesor: Alejandro Petrillo

Fecha de entrega:

Grupo 1: 12/07

Grupo 2: 12/07

Wtp: 1140754757

Función cuadrática

En los anteriores trabajos hemos visto que era una función, función lineal y ecuaciones cuadráticas, veamos ahora todo eso en un mismo concepto. Es decir, una función cuadrática.

Dicha función, la sabremos diferenciar por tener un exponente al cuadrado y en el grafico será similar a una parábola. Nuestra idea será poder graficarla e interpretarla a partir de diferentes ejemplos. Veamos:

Ejemplo 1:

$$f(x) = x^2 - 2x - 3$$

Escribir, eso o escribir $y = x^2 - 2x - 3$ es lo mismo, no se vuelvan locos. $f(x) = y$ ¿Ok?

Los gráficos que tenemos que hacer son todas parábolas, son todos similares. Si sale un recta o un dibujo raro, algo estamos haciendo mal. Ténganlo en cuenta.

1ro. A B y C.

Distingo cual es A B y C en mi función.

Recuerden $f(x) = ax^2 + bx + c$

A=1, B=-2 y C= -3. Siempre llevan el signo que tienen y cuando no esta es 0.

<u>2do Vértice</u>

Ya tenemos A B y C. Para Dibujar la parábola necesito el vértice, ¿Cómo lo hago? Uso la siguiente fórmula:

$Pv_x = -\frac{b}{2a}$, reemplazo en este caso. $Pv_x = -\frac{-2}{2 \cdot 1} = 1$

¡OJO! Eso solo me dice la coordenada en X, ahora si reemplazo en la función me va a decir la coordenada en Y. Es decir, reemplazo el 1 en la función de arriba y me va a dar el valor de Y para ese X.

$$y = x^2 - 2x - 3$$
$$y_1 = 1^2 - 2 \cdot 1 - 3$$
$$y_1 = -4$$

Para nosotros más precisamente ese -4 va a ser el vértice en y. $Pv_y = -4$

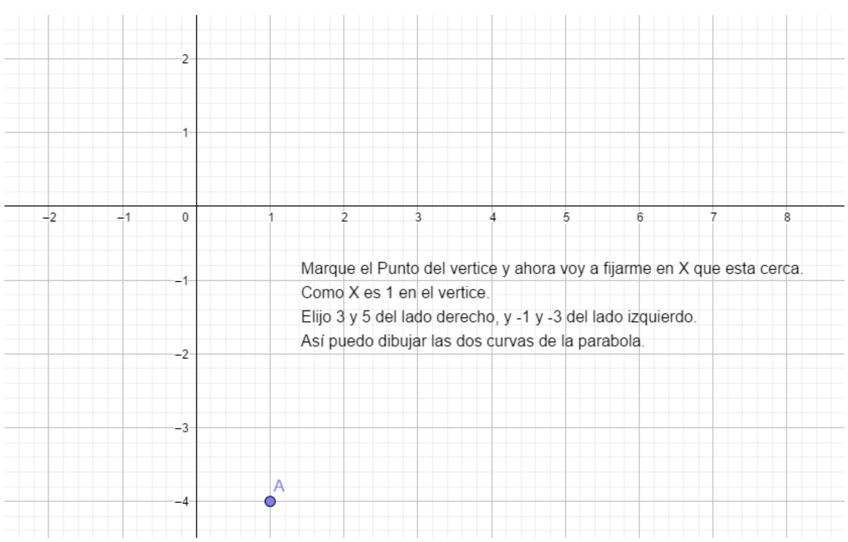
Entonces nuestro punto vértice va a ser $Pv = (Pv_x, Pv_y) = (1, -4)$

<u>3ro Buscar otros puntos para mi parábola</u>

Ya tengo el vértice. Ahora voy a buscar algunos puntos cercanos al vértice para poder hacer mi parábola.

Siempre elijan números "redondos", no se vuelvan locos con fracciones o decimales. Tenemos infinitos números che.

Voy a elegir algunas coordenadas en X para que la función me dé su coordenada en Y. ¿Qué coordenadas elijo? Algunos que estén cerca de X y como dije antes sean redondos.



Fíjense que aclare eso con un dibujo para que lo visualicen.

Ahora hago una tabla o cuadro para poder buscar los puntos.

Coordenada en X	-3	-1	1	3	5
Coordenada en Y			-4		
Punto (X,Y)					

¿Qué hago para encontrar la coordenada en Y? Reemplazo las coordenadas de X en la función. El de 1 ya lo tenía por qué era el vértice.

$$y_{-3} = (-3)^2 - 2\cdot(-3) - 3 = 9 + 6 - 3 = 12$$
$$y_{-1} = (-1)^2 - 2\cdot(-1) - 3 = 1 + 2 - 3 = 0$$
$$y_3 = 3^2 - 2\cdot 3 - 3 = 9 - 6 - 3 = 0$$
$$y_5 = 5^2 - 2\cdot 5 - 3 = 25 - 10 - 3 = 12$$

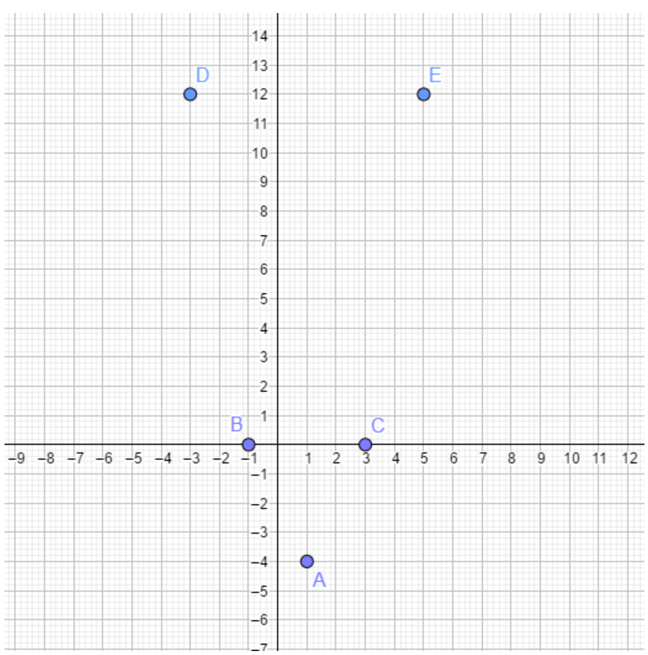
Justo se dan todos valores similares, es normal, porque la palabra es simétrica (dibuja las dos curvas lo mismo).

Coordenada en X	-3	-1	1	3	5
Coordenada en Y	12	0	-4	0	12
Punto (X,Y)	(-3,12)	(-1,0)	(1,-4)	(3,0)	(5,12)

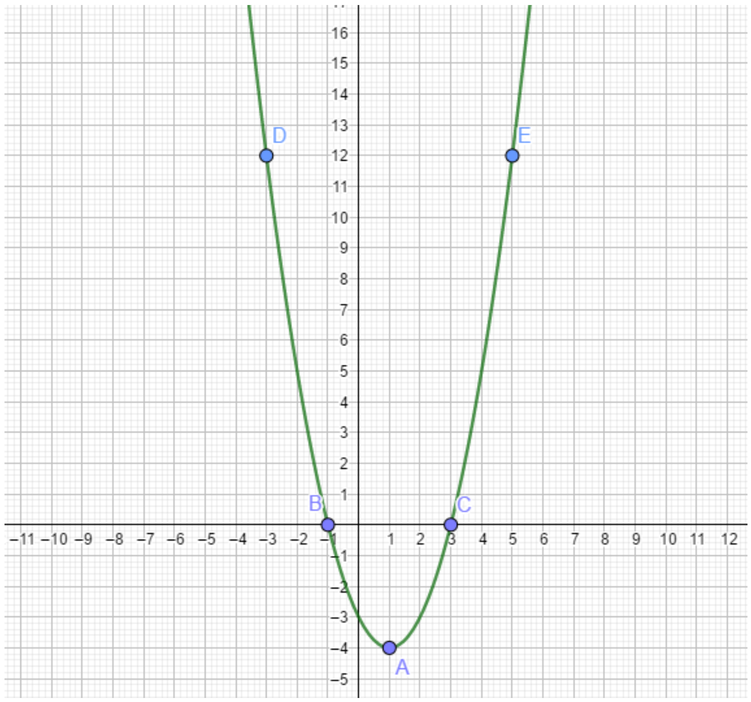
Vean que los puntos, solamente es escribir la coordenada en X y en Y. Listo.

<u>4to dibujar esos puntos y trazar la parábola.</u>

Primero marco esos puntos:



Y ahora, como puedo jaja, trazo la parábola. No espero que les quede como a mí. Pero les tengo fe.



Todos esos pasos para llegar a esa cosa rara jaja. Ahora voy a dar otro ejemplo un poco diferente para que también lo tengan en cuenta.

Ejemplo 2:

$$f(x) = -x^2 + 3$$

1ro. A B y C.

Distingo cual es A B y C en mi función.

A=-1, B=0 y C=3.

Vean que B no está entonces es 0. Lo mismo pasaría si C no estuviera.

2do Vértice

A partir de la formula busco el vértice:

$Pv_x = -\dfrac{b}{2a}$, reemplazando $Pv_x = -\dfrac{0}{2 \cdot (-1)} = 0$

Busco la coordenada Y del vértice, reemplazando en la formula.

$$y = -x^2 + 3$$
$$y_0 = -0^2 + 3$$
$$y_0 = 3$$

Entonces $Pv_y = 3$

Entonces nuestro punto vértice va a ser $Pv = \left(Pv_x, Pv_y\right) = (0,3)$

3ro Buscar otros puntos para mi parábola

Para buscar otros puntos, busco alrededor de la coordenada X primero. Como hicimos antes:

Coordenada en X	-3	-1	0	1	3
Coordenada en Y			3		
Punto (X,Y)					

Elegí -3, -1, 1 y 3 por que me pinto, son enteros y están cerca del 0.

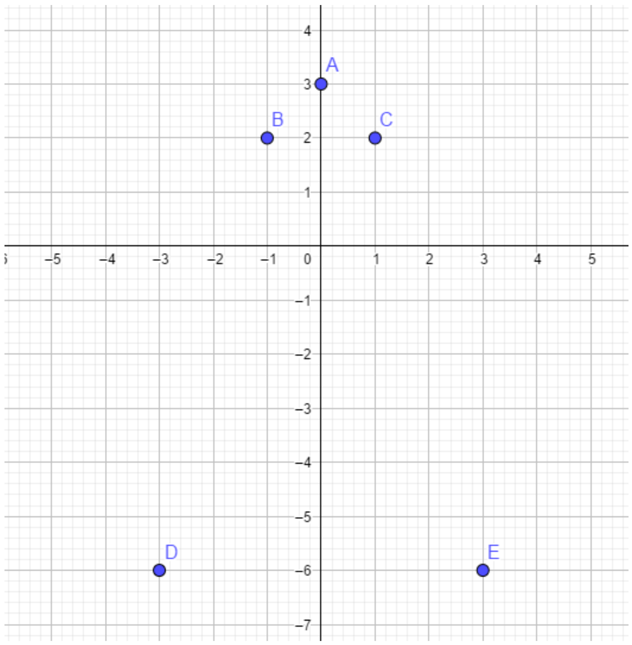
Reemplazando para hallar la coordenada Y.

$$f(x) = -x^2 + 3$$
$$y_{-3} = -(-3)^2 + 3 = -9 + 3 = -6$$
$$y_{-1} = -(-1)^2 + 3 = -1 + 3 = 2$$
$$y_1 = -(1)^2 + 3 = -1 + 3 = 2$$
$$y_3 = -(3)^2 + 3 = -9 + 3 = -6$$

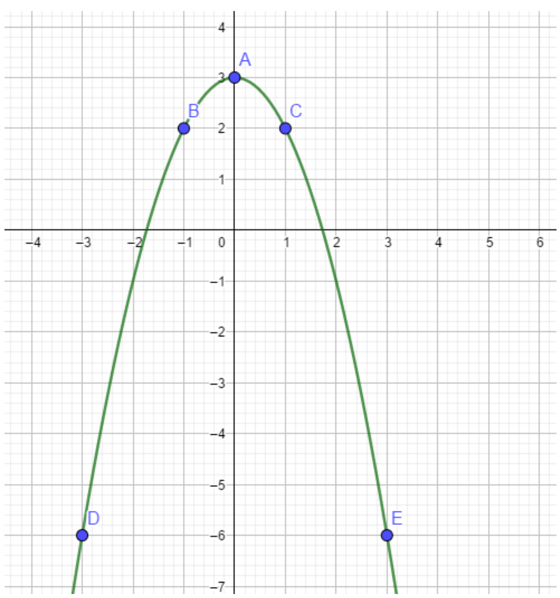
Coordenada en X	-3	-1	0	1	3
Coordenada en Y	-6	2	3	2	-6
Punto (X,Y)	(-3,-6)	(-1,2)	(0,3)	(1,2)	(3,-6)

4to dibujar esos puntos y trazar la parábola.

Marco los puntos.



Y después trazo como puedo.



Y listo.

Noten que en esta función como él A es negativo la parábola va hacia abajo y en la otra como A es positivo va hacia arriba.

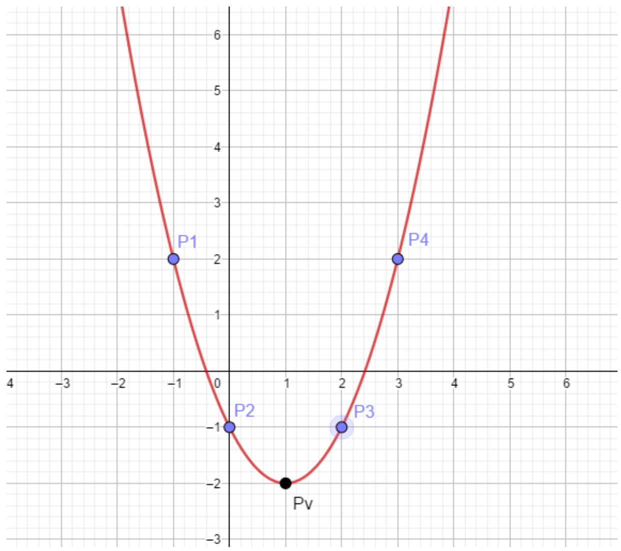
Análisis de funciones

A partir de ahora veremos funciones de todo tipo y cómo interpretar sus características. Veremos diferentes conceptos para luego a la hora de ver una función, poder analizarla. Estos conceptos tendrán un orden teórico y luego pasaremos a ver como se interpretan en algún ejemplo en particular.

Los elementos de una función que daremos serán definidos a partir del siguiente ejemplo.

Ejemplo:

$$f(x) = x^2 - 2x - 1$$



Vamos a ir analizando de a una las cosas que pedí a partir de su definición.

Dominio: Conjunto de todos los valores que toma la variable independiente (generalmente X).

Tenemos que escribirla como un conjunto, como se puede ver en la parábola, X toma todos los valores posibles, no tienen ningún agujero en la parábola y toma todo los puntos. Entonces $D = (-\infty, +\infty)$ Creo que saben trabajar con esa escritura ya vista, pero si no, eso estaría diciendo que el dominio D va desde menos infinito, hasta más infinito (es decir comprende todos los valores de X).

Como consejo, yo siempre el dominio lo sacaba tirando rectas verticales (infinitas digamos), y la que no toca a la parábola es donde no está el dominio, si ustedes van haciendo esas rectas, siempre toca una a la parábola entonces el dominio es todo.

¡OJO! Si el dominio no sería todos los reales no sería una función, recuerden que siempre hay un valor de Y para cada uno de X.

Conjunto imagen: Conjunto de todos los valores que toma la variable dependiente (generalmente Y).

Este también lo escribimos como conjunto, serian todos los valores que toma Y. Y no siempre son todos los reales como vimos antes con X, podemos ver qué Y toma valores hasta el vértice, por debajo del vértice no los toma, y encima del vértice si toma valores, es más toma dos valores. Entonces, $I = [-2, +\infty)$.

.Si alguno no recuerda la utilización de corchetes o paréntesis, utilizo corchetes cuando el número está incluido [], por ejemplo en este caso el -2 es parte de la imagen, si no lo fuera utilizaría solo ().

.Como consejo, antes tiraba rectas verticales para ver el dominio, ahora tiro rectas horizontales para ver la imagen. En este queda más claro, si fueran al -5 de Y, tirarían una recta horizontal no tocaría a Y porque no hay parábola, entonces si fueran al 3 de Y e harían lo mismo, podrían ver que si toca la parábola entonces es parte de la imagen.

. Recuerden siempre que D e I (dominio e imagen) son conjuntos.

Ordenada al origen: punto donde corta la función al eje vertical. Es decir al eje Y.

En este caso como podemos ver en el grafico, esta función lo corta en el P=(0,-1)

Tengan en cuenta que al coordenada de la ordenada al origen en X es siempre 0, porque es donde corta a Y justamente.

Raíz de una función (conjunto de 0): se llama así al punto donde corta la función al eje horizontal (generalmente X). De una forma más matemática podemos decir cuando la función vale 0. Es decir: $f(x) = 0 \quad o \quad y = 0$

Bien este es un poco más práctico, deberían hacer que la función sea igual a 0. Es decir:

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

En este caso, como ya hemos visto anteriormente, la forma de resolver esa ecuación es a partir de la formula resolvente, veamos:

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = x_1 \, , \, x_2$$

$$\frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} =$$

Resolviendo eso, las raíces serán:

$$\frac{2 + \sqrt{8}}{2} \cong 2,41...$$

$$\frac{2 - \sqrt{8}}{2} \cong -0,41...$$

Estos números seguramente no son de su agrado. Pero hay que verlos. Es decir, que la parábola corta al eje X en 2,41… y 0,41…

Observar que dependiendo el caso podremos tener 0, 1 o 2 raíces, téngalo en cuenta.

Intervalo de positividad (C^+): son los intervalos de X en los cuales la función es positiva, es decir, donde f(x)>0.

Bien, espero que este quede claro, son los intervalos donde X toma valores positivos. Para que lo tengan más claro, como la raíz corta en 0, cada vez que haya una raíz va a haber un cambio de signo ahí.

Si se fijan en nuestro grafico, la rama de la parábola es positiva hasta que choca el eje X (la raíz), se hace negativa un poco y vuelve a subir (la otra raíz).

Entonces $C^+ = (-\infty, -0{,}41\ldots) \cup (2{,}41\ldots, +\infty)$

. Tengan en cuenta que las raíces no son parte del intervalo de positividad (vean que les puse paréntesis y no corchetes)

Intervalo de negatividad (C^-): son los intervalos de x en los cuales la función es negativa, es decir, donde f(x) <0.

Luego de hacer el anterior, este sería como lo contrario. Ver en que intervalos X es negativa.

$$C^- = (-0{,}41\ldots, 2{,}41\ldots)$$

Trabajo Práctico N° 3 para entregar

1. Graficar las siguientes funciones cuadráticas
   a) $f(x) = x^2 - 4$
   b) $f(x) = -x^2 - 2x + 3$
   c) $f(x) = 2x^2 + 5x$
   d) $f(x) = x^2 - 2x + 4$
2. Buscar las raíces de las funciones cuadráticas del punto anterior y responder las siguientes preguntas.
   a) ¿Alguna de las parábolas tiene 2 raíces?
   b) ¿Alguna no tiene?
   c) ¿Alguna tiene 1?
   d) ¿Cuántas raíces como máximo creen que tendrán las parábolas? Justificar
3. La forma de escritura de la parábola que hemos visto se llama polinomica. Buscar, si existen otras formas de escritura y detallarlas.
4. Graficar las siguientes funciones con Geogebra y detallar. Ordenada al origen, raíces (si tiene), dominio, imagen e intervalos de positividad y negatividad.
   a) $f(x) = x^2 - 4$
   b) $f(x) = x^3 + 1$
   c) $f(x) = \sqrt{x} - 2$
   d) $f(x) = |x| - 3$