Trabajo N° 2 Matemática 4to A

Buenas a todos y todas. Hemos dejado claro cómo será el procedimiento de los trabajos. Por si acaso y si no se entendió, dejo detallado todo de nuevo:

. Los trabajos serán combinados con las clases presenciales, dentro de este trabajo encontraran la información que se necesita para realizar el mismo por si sucede algo y no pueden presenciar la clase.

. Los trabajos los entregan, dentro de la semana que se les exige y se verá reflejada a continuación.

. OJO, no porque tengan la información detallada en el trabajo no deben ir a la escuela. Lo presencial nos ayuda a fijar los conceptos y ejercitar, también ver lo que no se puede trasmitir por acá.

. Utilicen el Classroom para enviarme los tps.

. Aprovechen la semana que no van para resolver los puntos ya dados la semana anterior.

. Dudas, preguntas o consultas al grupo de wtp, así capaz le resuelven las dudas a otro/a que tenía las mismas.

Profesor: Alejandro Petrillo

Fecha de entrega:

Grupo 1: 4/6

Grupo 2: 11/6

Wtp: 1140754757

Proporcionalidad

Antes de ver el concepto de proporcionalidad vamos a ver un concepto anterior que llamaremos razón.

Razón: Definimos la razón entre dos cantidades comparables como el cociente (división) de éstas, expresado como fracción (o como decimal o entero si es más conveniente). Así, la razón entre una cantidad a y una cantidad b la expresamos como

$$\frac{a}{b}$$

Ejemplo:

Luis dedica 6 horas diarias al estudio y 2 horas diarias a jugar a la play. ¿Cuál sería la razón entre las horas de estudio y las horas de juego que dedica diariamente Luis?

La razón seria la división entre estas 2 cantidades, entonces diremos que esa razón sería escribir a 6 como A y a 2 como B, quedaría:

$$\frac{6}{2} = 3$$

Entonces esto quiere decir que cada 1 uno de play, 3 le dedica al estudio (la razón es 3).

A partir de esto veamos que es proporcionalidad.

Proporcionalidad:

Una proporción es una igualdad entre dos razones. Así, dadas dos razones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ y tendríamos proporción si:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$$

La proporción de arriba se lee como A es B tanto como C es a D.

Si uno quiere operar sobre esa proporción podríamos también detallarla como $a \cdot b = c \cdot d$

Ejemplo:

Una receta para hacer una torta, nos dice que utilizamos 4 huevos cada 200 gramos de harina. Ahora yo quiero saber cuántos gramos de harina debería utilizar si quiero hacer una torta con 8 huevos.

Utilizamos las 2 razones, una la de los huevos $\frac{8}{4}$ 8 de cada 4. Lo mismo para la harina, pero no sabemos cuánto sería con 8 huevos (es lo que quiero buscar y sería mi variable X), la otra razón sería $\frac{x}{200}$ y deberían cumplirse ambas entonces utilicemos la proporcionalidad:

$\frac{8}{4}=\frac{x}{200}$ Y resolvemos como una ecuación (que deberíamos saber).

$$\frac{8}{4}\cdot 200 = x$$
$$2 \cdot 200 = x$$
$$x = 400$$

Diremos que la receta siempre es proporcional y sabemos que cada 8 huevos, ponemos 400 gramos de harina. En esa caso la razón sería 2, por hacer 8/4 o también (que es similar) 400/200, ambos dan 2.

Consejo: Para hacer algunas de estas cuentas seguramente necesitemos recordar como resuelvo una ecuación y prestar MUCHA atención a la hora de "pasar" lo términos de esa ecuación hacia el otro lado de la igualdad.

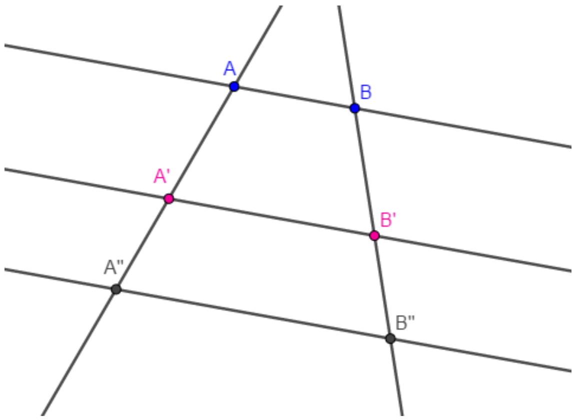
Notemos que esta proporcionalidad no solo se da entre dos razones si no que puede darse entre varios y la resolución de esa fracción (como vimos en el ejemplo anterior), será la razón. Es decir:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=R$$

A partir de esta proporcionalidad empezaremos a trabajar con el teorema de tales, que era un tipo re conocido en esa época ahora se ve que no está vivo, pero se hizo famoso por esto.

Teorema de Tales

Si dos rectas, secantes, son cortadas por un sistema de rectas paralelas (ténganlo en cuenta), entonces los segmentos que resultan sobre una de las dos rectas son proporcionales a los correspondientes segmentos obtenidos sobre la otra.



Guiándonos con este dibujo. Sabremos cuales son los segmentos proporcionales.

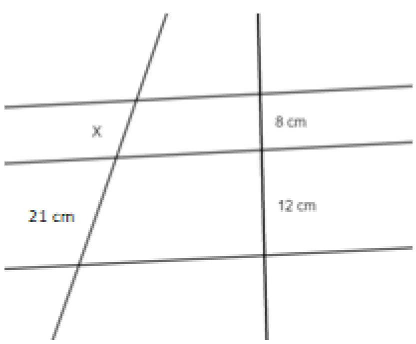
$\frac{AA'}{A'A''} = \frac{BB'}{B'B''}$ $\frac{AA'}{AA''} = \frac{BB'}{BB''}$ $\frac{AA'}{A'B'} = \frac{AA''}{A''B''}$

Dejo un video que les puede servir, donde el profesor no tiene mucha onda. Pero lo explica de una manera muy simple y directa.

https://www.youtube.com/watch?v=1IfktMhL5P0

Veamos un ejemplo donde podemos notar esta proporcionalidad:

Ejemplo:



Utilizando el teorema de tales, podemos ver que las dos rectas horizontales son paralelas, entonces funciona. Veamos que a partir del teorema, X es a 16 como 8 es a 12. Entonces, resolvamos:

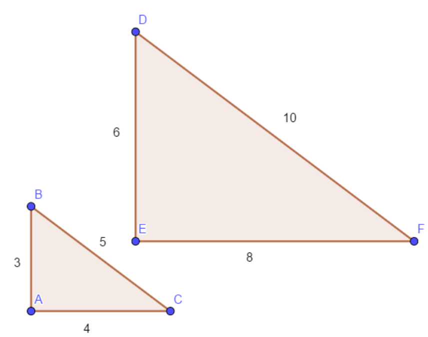
$$\frac{x}{21} = \frac{8}{12}$$
$$x = \frac{8}{12} \cdot 21$$
$$x = 14$$

Entonces diremos que el segmento faltante mide 14 cm.

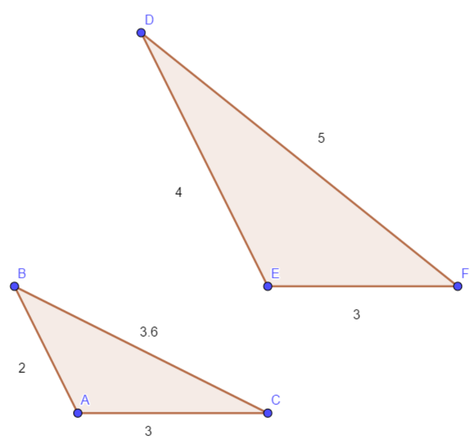
¿Qué es la semejanza de triángulos y para qué sirve?

Semejanza: En matemáticas se dice que dos figuras geométricas son semejantes si tienen la misma forma sin importar los tamaños entre ellos.

Nosotros vamos a decir que un triangulo es semejante a otro si sus lados son proporcionales. Por ejemplo:



Los triangulos ABC y EDF son semejantes porque tiene los lados proporcionales. Vean que TODOS los lados del EDF son el doble de los del ABC. Remarque el TODOS porque tiene que cumplirse en TODOS los lados la proporción. Por ejemplo estos no serian semejantes:

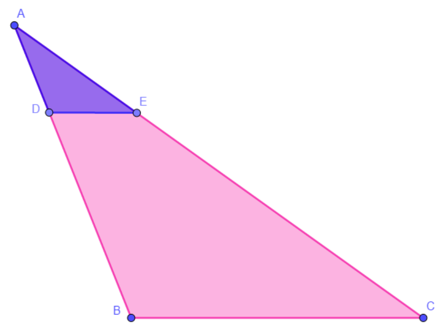


En este ejemplo podemos ver que tienen un lado proporcional. DE es el doble que AB, pero los demás lados no son proporcionales, entonces no son semejantes.

A continuación voy a resolver algunos ejercicios para que tengan de ejemplo y entiendan más el tema.

Ejercicio de ejemplo 1

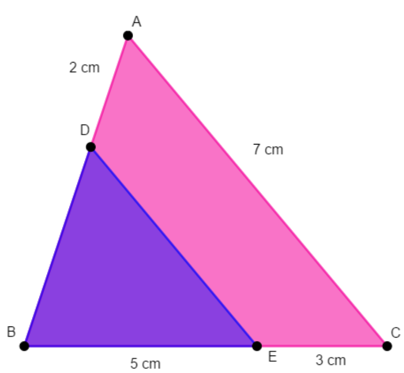
Argumenta, sin medir por qué los triángulos ABC y ADE son semejantes sabiendo que los segmentos son paralelos DE y BC.



Tenemos que ver si estos triángulos son semejantes y porque. Para ver si son semejantes los lados de ese triangulo tienen que ser proporcionales (TODOS), y aparte tenemos el dato que DE y BC son paralelas. Entonces, ¿Qué tenemos que involucre proporcionalidad con paralelas? Si, la respuesta no los sorprenderá, teorema de tales. Como son paralelas entonces los segmentos son proporcionales AB es proporcional con AD, AC con AE y también BC con DE, como son todos proporcionales y cumplen la misma proporción (por teorema de tales). SON SEMEJANTES.

Ejercicio de ejemplo 2

En el siguiente triangulo ABC se trazó un segmento DE paralelo a AC y se obtuvo el triangulo semejante BDE. Hallar las longitudes que faltan determinar del los lados del triangulo.



Como explicamos antes como son semejantes puedo usar teorema de tales y calcular los segmentos faltantes. En este caso estaría faltando el segmento BD y DE, que son los que deberíamos calcular. ¿Cómo los cálculo? Utilizando la proporción del teorema de tales.

Sabemos que $\frac{BD}{DA} = \frac{BE}{EC}$ por proporcionalidad. Como tenemos 3 de esos 4 datos, reemplazamos:

$\frac{BD}{2} = \frac{5}{3}$ Y resolvemos $BD = \frac{5 \cdot 2}{3} = \frac{10}{3}$

Ahora nos faltaría ver cuánto vale DE, entonces busco una proporción, yo voy a utilizar:

$\frac{DE}{BE} = \frac{AC}{BE + EC}$ Ojo con este porque utiliza un segmento más grande. Reemplazando:

$\frac{DE}{5} = \frac{7}{8}$ y resolviendo $DE = \frac{5 \cdot 7}{8} = \frac{35}{8}$

. Tener en cuenta que hay otras formas de hacerlo porque puedo utilizar otras proporciones, no es la única manera.

Ejercicio de ejemplo 3

Una torre de 86 m de alto proyecta una sombra de 129 m de longitud, entonces hallar la medida de la sombra que en ese mismo instante proyecta una persona de 1,86 m de alto.

La idea es interpretar el problema, trasladarlo a un esquema y aplicar el teorema de tales.

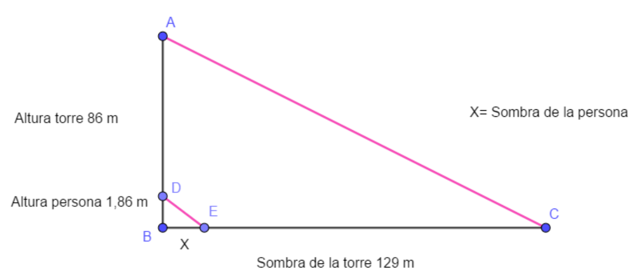
Lo primero que haría yo es leer el problema dos veces y al terminar de leerlo siempre me anoto los datos que creo relevantes a un costado. En este caso:

Torre de 86 m. Sombra de torre 129 m. La persona mide 1,86 m

Estos son los datos relevantes, aparte de eso, intento identificar que es lo que me están pidiendo o que debería responder a este problema. En este caso:

La medida de la sombra que proyecta la persona.

Como ya tengo los datos y lo que estoy buscando. Considero que en este caso me vendría bien un esquema por el tema que estamos tratando. Entonces:



Ahora me es más fácil resolver. Y se puede utilizar el teorema de thales porque genero un triangulo rectángulo y DE y AC son paralelas (similar a lo que hicimos en los otros ejercicios).

Sabemos por teorema de thales que $\frac{AD}{DB}=\frac{CE}{EB}$ y reemplazando: $\frac{86}{1,86}=\frac{129}{X}$

Ahora resolvemos $X=\frac{129\cdot 1.86}{86}=2.79$. Entonces la sombra que proyecta la persona es de 2.79 m, es lo que estamos buscando.

Entonces a la hora de resolver un problema, leemos, interpretamos datos e incógnita, hacemos un esquema y luego utilizamos la teoría.

Si no les alcanzo conmigo, la muchacha tiene más ejemplos

https://www.youtube.com/watch?v=eoSvj4BbC7U

Trabajo N° 2 para entregar

1. Resolver las siguientes ecuaciones proporcionales
   a) $\frac{9}{12}=\frac{12}{x}$
   b) $\frac{x}{6}=\frac{24}{x}$
   c) $\frac{4}{x}=\frac{\sqrt[3]{-64}}{\frac{1}{2}}$
   d) $\frac{x}{-\frac{1}{3}+3}=\frac{-\frac{3}{2}-5}{(-2)^{-1}}$
   e) $\frac{x+4}{12}=\frac{x+22}{36}$
   f) $\frac{x+2}{x}=\frac{x+7}{x+3}$
   g) $\frac{2(x+4)}{x+3}=\frac{6}{4}$

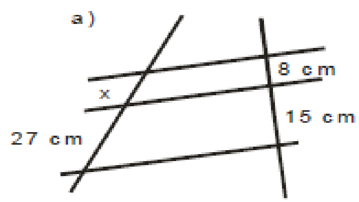
2. Resolver los siguientes problemas:

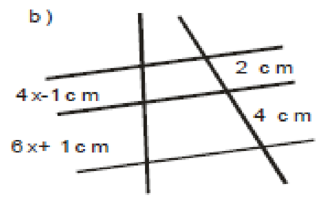
a) Un número disminuido en dos es a su triple como 3 es a 7. ¿De qué número de trata?

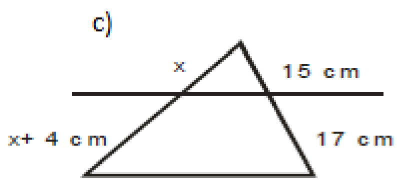
b) Un número aumentado en 5 es a 7 como su mitad es a 9. ¿De qué número se trata?

c) Las edades de Juan y Pedro son proporcionales al número de letras de sus nombres, y Juan tiene 6 años menos que Pedro. ¿Cuántos años tiene cada uno?

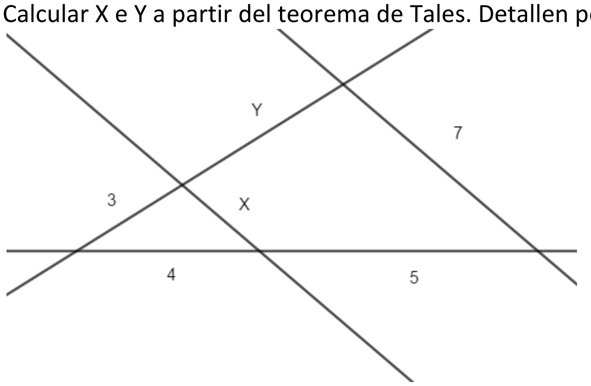
3. Calcular los segmentos entre paralelas aplicando el teorema de Tales. Detallen porque pueden utilizarlo



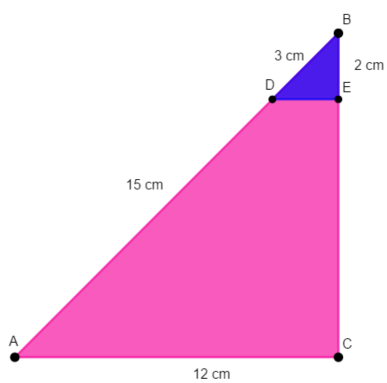




4. Calcular X e Y a partir del teorema de Tales. Detallen porque pueden utilizarlo.



5. En el siguiente triangulo ABC se trazó un segmento DE paralelo a AC y se obtuvo el triangulo semejante BDE. Hallar las longitudes que faltan determinar del los lados del triangulo (EC y ED).



6. Resolver los siguientes problemas.
   a) Un hombre de 1.8 m de estatura proyecta una sombra de 1,05 m de largo al mismo tiempo que un edificio proyecta una sombra de 4,8 m de largo. ¿Cuál es la altura aproximada del edificio?
   b) Un poste vertical de 6 metros de alto, proyecta una sombra de 4 metros. ¿Cuál es la altura de un árbol que a la misma hora, proyecta una sombra de 1,8 metros?
   c) Sea AB un árbol cuya copa es inaccesible (como se ve en el esquema). Un observador coloca un espejo S sobre el terreno y se aleja de él hasta el punto C, desde el cual ve la imagen de la copa. Si DC

= 1,7 m, CS = 3 m., SB = 12 m., ¿qué altura tiene el árbol? (antes de calcular demostrar la semejanza de triángulos)