Matemática 6to A Trabajo N° 3

Holis. Yo sé que me re extrañan y ya volveremos a vernos. Pero por ahora los sigo molestando con trabajos. Vamos a seguir con la misma onda. Intento ser lo más directo posible y que los ejercicios tengan relación con la teoría. Así no es tan complejo. La idea, es seguir con sucesiones este trabajo y después ya esta, para el que no le gusto el tema jaja.

Fecha de entrega: 15 de Julio

Háganlo antes de las vacaciones y ya está. No sean vagos/as.

Saben que pueden hablarme al wtp y si alguno no está en el grupo dejo mi cel.

Wtp: 1140754757

Teoría

Como soy re molesto voy a seguir con estas sucesiones hermosas que venimos viendo. La idea es darles un sucesión especifica más, que ahora la vamos a ver y después algún problema más con sucesiones así ya les queda el tema completo.

Hasta ahora lo que vimos fue:

Sucesiones, que es una sucesión, características de la misma, termino general de una sucesión, sucesiones por recurrencia, sucesión (o progresión) aritmética y sumatoria de una sucesión.

Ahora le vamos a sumar una sucesión más específica, que se llama sucesión (o progresión) geométrica.

¿Qué es una sucesión geométrica?

Una sucesión geométrica (o progresión geométrica) es una sucesión en la que cada término a_n se obtiene multiplicando al término anterior a_{n-1} por un número **r** llamado razón.

La razón de una sucesión geométrica se denota por **r** y debe ser constante en toda la sucesión.

Por ejemplo:

La sucesión de las potencias de 2 es una sucesión geométrica con razón **r=2**

$$a_1 = 2$$
$$a_2 = 2 \cdot 2 = 4$$
$$a_3 = 4 \cdot 2 = 8$$
$$a_4 = 8 \cdot 2 = 16$$
$$\ldots$$

Entonces el término general de esta sucesión es:

$$a_n = 2^n$$

<u>¿Cómo calculo este r?</u>

La razón de una progresión geométrica se calcula dividiendo términos consecutivos:

$$r = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

<u>Por ejemplo:</u>

Calculamos la razón de la siguiente sucesión geométrica:

$$a_1 = 5$$
$$a_2 = 15$$
$$a_3 = 45$$
$$a_4 = 135$$
$$\ldots$$

Dividimos el segundo término entre el primero:

$$r = \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{15}{5} = 3$$

Fíjense que la razón es constante:

$$r = \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{45}{15} = 3$$
$$r = \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_4}{a_3} = \frac{135}{45} = 3$$

<u>Termino general de una sucesión geométrica:</u>

El término general de una sucesión geométrica se calcula a partir del primer término a_1 y de la razón **r**:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

Como siempre, el término general permite calcular cualquier término de la sucesión sin necesidad de calcular los anteriores.

<u>Por ejemplo:</u>

Calculamos el término general de la siguiente progresión geométrica:

$$a_1 = 8$$
$$a_2 = 24$$
$$a_3 = 72$$
$$a_4 = 216$$
$$\ldots$$

La razón de la sucesión es **r=3** ya que:

$$r = \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{24}{8} = 3$$

$$r = \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{72}{24} = 3$$

$$r = \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_4}{a_3} = \frac{216}{72} = 3$$

Entonces el término general de la sucesión es:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$
$$a_n = 8 \cdot 3^{n-1}$$

<u>Suma de una sucesión geométrica.</u>

Acá tenemos una curiosidad, como ya sabemos a partir de una formula vista en el anterior tp, podemos sumar los términos de una sucesión y calcular dicha suma. En esos casos nosotros sumábamos hasta un determinando N.

$\sum_{i=1}^{n} a_i = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$, donde esta fórmula iba desde 1 hasta algún N que nosotros elijamos.

Donde veamos que el N de arriba es un número, entonces seguimos calculando igual que en el otro trabajo. Y con esa fórmula que está ahí.

Pero en estas sucesiones geométricas tenemos una curiosidad, vamos a poder calcular SUMAS INFINITAS. Para algunos esto es chino básico y me están mirando con cara rara, para otros es super interesante. Si, supongamos que en vez de un N, ahora tenemos infinitos números que sumados les da un valor. Ahora les voy a mostrar la formula y espero que no se les estalle la cabeza. Lean este párrafo varias veces.

Si, entonces, vamos a sumar infinitos valores y nos va a dar un valor concreto, y no infinito.

Nos va a pasar que cuando $r < 1$ vamos a poder calcular las suma infinitas y nos va a dar:

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_1 \cdot r^{n-1} = \frac{a_1}{1-r}$$

Noten que donde antes estaba la N, ahora hay un infinito y que la sucesión que escribí es el termino general de la geométrica.

Por ejemplo:

Calculemos:

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} =$$

Como vemos $\frac{1}{2} < 1$ y la serie es infinita. Entonces puedo calcular con la formula vista anteriormente.

Y aplicando nos queda:

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_1 \cdot r^{n-1} = \frac{a_1}{1-r}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{2}{1-\frac{1}{2}}$$

Ahora nos queda resolver esa cuenta que quedo:

$$\frac{2}{1-\frac{1}{2}} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

Entonces:

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 4$$

Y pudimos resolver una suma infinita por más loco que parezca.

Trabajo N° 3 para entregar

1. Determinar lo pedido en los siguientes enunciados:
   a) Encontrar el sexto término de la sucesión 7, 21, 63,….
   b) El tercer término de una S.G es 15 y el quinto es 735. ¿Cuál es el cuarto término?

c) El producto del primer término por el octavo es 218700 y el tercer término es 90. Calcular el sexto término.

2. Determinar lo pedido en las siguientes sucesiones geométricas.

a) $a_1 = 8; r = 4; n = 7.$ Calcular a_n

b) $a_n = 1458; r = 3; n = 6.$ Calcular a_1

c) $a_n = 2500; a_1 = 4; n = 5.$ Calcular r

d) $a_1 = 5; r = 4; a_n = 20480.$ Calcular n

3. Calcular las siguientes series geométricas:

a) $\sum_{n=1}^{6} 2 \cdot 3^n =$

b) $\sum_{n=1}^{8} 5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^n =$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} =$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} 5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} =$

4. Resolver:

a) Una bola que rueda por un plano inclinado recorre 3 m durante el primer segundo, 9 m durante el segundo, 15 m durante el tercero, y así sucesivamente. ¿Cuántos metros recorre durante el 10º segundo? ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer una distancia total de 192 m?

b) Un coronel comanda 5050 soldados y quiere formar con ellos un triángulo para un desfile ubicando 1 en la primera fila, 2 en la segunda, 3 en la tercera y así sucesivamente. ¿Cuántas filas se formaran? ¿Cuántos soldados hay en la fila más larga?

c) Las edades de cuatro hermanos forman una progresión aritmética y su suma es 32, el mayor tiene 6 años más que el menor. Hallar las edades de los cuatro hermanos.

5. Resolver:

a) Una casa vale $ 120.000. Determine el valor de la casa al cabo de 8 años si ésta cada año se deprecia en un 2%.

b) Se tiene una cuba de vino que contiene 1024 litros. El 1 de octubre se vació la mitad del contenido; al día siguiente se volvió a vaciar la mitad de lo que quedaba, y así sucesivamente todos los días. ¿Qué cantidad de vino se sacó el día 10 de octubre?

c) Hallar los ángulos de un cuadrilátero si se saben que están en progresión geométrica y que el mayor es 27 veces el menor

d) Una maquina costó $ 104.480. Al cabo de unos años se vendió a la mitad de su precio. Pasado unos años volvió a venderse a la mitad de su precio y así sucesivamente. ¿Cuánto le costó la maquina al quinto propietario? Si la maquina se vendió 7 veces ¿cuál es la suma total abonada por la maquina?

Los problemas del 4 salen con lo del tp anterior. El problemas de 5 salen con lo de este tp. No se vuelvan locos y me avisan cualquier cosa.

Todo está entre este trabajo y el anterior.