Matemática 6to A Trabajo N° 2

Hola, ¿Cómo andan? Espero que bien y seguro extrañaban un trabajo mío. Vamos a hacerlo un poco más claro. Vamos a dar teoría, algunos ejemplos y luego ejercicios. Dudas, preguntas y consultas al grupo de WTP o también a classroom, donde quieran.

Entregas por WTP, classroom o mi mail alejandro.petrillo@gmail.com donde quieran también, no hay ningún drama. La idea es que lo hagan le pongan pilas que cada vez estamos más cerca de vernos jeje. Si necesitan una clase por Zoom arreglamos y hacemos una, antes de la entrega del trabajo.

Espero la entrega de este trabajo para el **25 de mayo**, miren lo bueno que soy.

Teoría

Empezamos a ver en el trabajo anterior lo que era las sucesiones, vimos lo que era una sucesión y aparte vimos el término general de una sucesión. Muchos me preguntaron cómo se encontraba ese término general, la idea con eso es ir viendo las "regularidades" o "patrones" que se repiten, como los signos menos y lo que se multiplica en cada paso.

La idea de este trabajo es seguir con eso, vamos ver otro tipo de sucesiones a parte de las dadas por término general.

Por si acaso, traigo de nuevo el concepto de sucesión y termino general.

Sucesión: Una **sucesión** (o **progresión**) es un conjunto de números ordenados. Cada número ocupa una posición y recibe el nombre de **término**.

$a_1, a_2, a_3, a_4 ...$ (Términos de una sucesión)

Término general: El término que ocupa la posición **n** se denota por a_n y se denomina **término general**.

Ahora vamos a definir una nueva:

Sucesión dada por recurrencia: Una *sucesión recurrente* o definida por recurrencia es aquella en la que para definir un término de la misma se emplea una fórmula en la que intervienen términos anteriores a él. Es decir, que para saber un término necesito saber el anterior.

Ejemplo:

$$a_{n+1} = a_n - 0,3$$

Donde a_{n+1} va a depender de cuánto vale a_n.

En estos casos, no podremos hallar por ejemplo el término número 15, sin saber el término numero 14. Como pasaba en las otras sucesiones.

A partir de estos definiremos otra sucesión:

Sucesión aritmética: Una sucesión es **aritmética** si cada término se obtiene sumando un número constante (diferencia) al término anterior.

Ejemplos:

- 100, 105, 110, 115, 120,... es una sucesión aritmética cuya diferencia es **d=5.**
- -5, -3, -1, 1, 3 y 5 es una sucesión aritmética (finita) cuya diferencia es **d=2.**
- 1, 4, 9, 16, 25, 36,... **no** es una sucesión aritmética porque, aunque el segundo término se obtiene sumando 3 al primero, no ocurre lo mismo con los siguientes.

El término general de una sucesión aritmética es:

$$a_n = a_1 + d \cdot (n-1)$$

Donde D es la diferencia de la sucesión.

A partir de este concepto definiremos también otro nuevo:

Serie aritmética: La suma de los términos en un segmento inicial de una sucesión aritmética se conoce a veces como **serie aritmética**.

Ejemplo:

Usando el ejemplo anterior de la sucesión aritmética, 100, 105, 110, 115, 120,… sumemos los primero 5 términos de esta sucesión.

Donde $100+105+110+115+120=550$, estamos sumando los primero 5 términos (segmento inicial) de la sucesión aritmética anterior. Y la suma sería 550.

Para que sea más sencillo, existe una fórmula para las series aritméticas. La suma de los *n* primeros valores de una sucesión finita viene dada por la fórmula:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$$

Donde a_1 es el primer termino de la sucesión, a_n el ultimo termino de a sucesión, $\sum_{i=1}^{n} a_i$ es la notación o escritura de **sumatorio**, donde esa suma va desde i=1 (primer término), hasta el término n, y donde a_i es la sucesión que estamos analizando.

En nuestro ejemplo, calcularíamos:

$$\frac{n\cdot(a_1+a_n)}{2}=\frac{5\cdot(100+120)}{2}=550$$

Ejemplos

Ejemplo 1:

Encontrar los 5 primeros términos de la siguiente sucesión definida recursivamente.

$a_1=-9$, $a_{n+1}=a_n+2$

Sabemos que $a_1=-9$ entonces vamos a ir reemplazando en la sucesión dada por recurrencia

$a_{n+1}=a_n+2$ Y entonces reemplazando:

$a_2=-9+2=-7$

Y siguiendo:

$a_3=-7+2=-5$

$a_4=-5+2=-3$

$a_5=-3+2=-1$

Notar que para calcular el 2do término necesito del 1ro y para calcular el 3ro necesito del 2do, así sucesivamente.

Ejemplo 2:

Escribir todos los términos de la siguiente sucesión aritmética, dado:

$a_1=8; d=5; n=7$

Sabiendo el término general de una sucesión aritmética:

$a_n=a_1+d\cdot(n-1)$

Entonces, reemplazamos en la ecuación general los valores y encuentro los términos de la sucesión. Como n=7, son 7 los términos de esta sucesión.

$$a_1 = 8$$
$$a_2 = 8 + 5 \cdot (2-1) = 13$$
$$a_3 = 8 + 5 \cdot (3-1) = 18$$
$$a_4 = 8 + 5 \cdot (4-1) = 23$$
$$a_5 = 8 + 5 \cdot (5-1) = 28$$
$$a_6 = 8 + 5 \cdot (6-1) = 33$$
$$a_7 = 8 + 5 \cdot (7-1) = 38$$

Y así calculamos los 7 términos de sucesión aritmética.

Ejemplo 3:

Calcular la siguiente serie aritmética:

$$\sum_{n=1}^{18} 7n =$$

Antes de hacer la suma de los 18 primeros términos de esa sucesión, recuerden que tenemos una fórmula que nos ayuda a calcularla:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$$

Primero calculo a_1 , sabiendo que 7n es la sucesión, calculamos $a_1 = 7 \cdot 1 = 7$. En este caso n=18 y nos faltaría saber a_n , donde va a depender del 18, entonces $a_n = 7 \cdot 18 = 126$. Ya tenemos todo lo que necesitamos y entonces, reemplazamos en la formula:

$$\sum_{n=1}^{18} 7n = \frac{18 \cdot (7 + 126)}{2} = \frac{18 \cdot 133}{2} = 1197$$

Entonces los primeros 18 términos suman 1197.

Trabajo Práctico N° 2 para entregar

1. Encontrar los 6 primeros términos de la siguiente sucesión definida recursivamente.
   a) $a_1 = -1, a_{n+1} = (a_n - 1)^2$
   b) $a_1 = 0{,}1, a_{n+1} = 0{,}1 \cdot a_n$
2. Escribir todos los términos de las siguientes sucesiones aritméticas, dados:
   a) $a_1 = -45; d = -12; n = 8$
   b) $a_n = 100; d = -15; n = 10$
3. Calcular las siguientes series aritméticas:

a) $\sum_{n=1}^{12}(5n+3)=$

b) $\sum_{n=1}^{16}(2n-9)=$

c) $\sum_{n=1}^{20}-4n=$

4. Determinar:
   a) El decimosegundo término de la sucesión 1, 12, 23…
   b) ¿Qué lugar ocupa el 109 en la progresión aritmética: -15, -11, -7,…?
   c) El término medio de una sucesión aritmética de 9 términos es 27. ¿Cuál es la suma de los 9 términos?
5. Determinar:
   a) El quinto término de una sucesión aritmética de 16 términos es 44 y el 12º término es 100. Calcular la suma de los 16 términos
   b) En una sucesión aritmética, sabemos que el primer término es 1 y la suma de los 10 primeros términos es 63. Calcular el término general.