Trabajo Práctico N° 3 Matemática 5to

Hola, ¿Cómo andan? Nada, vengo a molestar como siempre con un lindo trabajo nuevo. Creo que ya se van adaptando a esto pero siempre tengo que aclarar las cosas para que no se olviden como funciona. Me mandan el trabajo por donde quieran, sinceramente me es más fácil por el wtp. Ahora voy a dejar mis datos de nuevo por si alguno anda volado y no sabe cómo me llamo. Les recomiendo a todos que entreguen el tp antes del viernes que viene porque después arrancan las vacaciones y sinceramente voy a estar de VACACIONES, entonces aprovéchenme hasta ahí. Igual esta semana o la otra metemos clase con zoom para sellar estos conceptos. Si tienen dudas, preguntas o consultas. Saben que estoy aquí para ustedes.

Mail: alejandro.petrillo@gmail.com

Wtp: 11-40754757

Fecha de entrega: **miércoles 15 de Julio**

Polinomios 2.0

Claramente como ya les dije, este tema lo vamos a ver todo el año. Así que se van a cansar de los bellos polinomios estos. La idea en este trabajo es ver cómo hacemos operaciones con estos polinomios. Es decir, sumas, restas, división y multiplicación. Lo vamos a detallar de a uno así a mis bellos alumnos (es decir, ustedes) no se les mezcla todo.

Suma y resta de polinomios.

La idea de la suma o la resta, es bastante directa. Lo que vamos a hacer es comparar los polinomios e ir sumando miembro a miembro. ¿Cómo sería esto? Supongamos que tenemos dos polinomios P(x) y Q(x), bueno. Lo que deberíamos hacer es, sumar el término independiente de P con el de Q, sumar el término que tiene una X de P con el que tiene una X de Q, sumar el término que tiene x^2 de P con el termino que tiene x^2 de Q. Y así sucesivamente. Es decir termino a término y viendo el coeficiente de cada MONOMIO para poder sumarlos. Ahora veamos algunos ejemplos para que nos quede un poco más claro.

Ejemplo 1:

Sean $\begin{matrix} Q(x) = x^4 - 3x^2 + x + 1 \\ P(x) = x^3 - x^2 + 5x - 2 \end{matrix}$ dos polinomios, calcular $Q(x) + P(x)$

Bien, como dije antes, la idea es sumar término a término los monomios que tienen el mismo grado. Entonces veamos cómo sería esto. Lo que haría para que sea más fácil a los polinomios incompletos (que le faltan términos) les pondría valor 0 para completar el polinomio. Veamos cómo queda esto ordenado.

$$Q(x) = x^4 + 0x^3 - 3x^2 + x + 1$$
$$P(x) = 0x^4 + x^3 - x^2 + 5x - 2$$

Agregue los términos con 0 para que me queden parejos y poder sumar de manera recta, termino con termino.

Ahora sumando termino con término CON LOS SIGNOS DE ADELANTE CORRESPONDIENTES. Veamos cómo nos queda.

$$\begin{array}{rl} & x^4 + 0x^3 - 3x^2 + x + 1 \\ + & \\ & \underline{0x^4 + x^3 - x^2 + 5x - 2} \\ & x^4 + x^3 - 4x^2 + 6x - 1 \end{array}$$

Fíjense como fui sumando los coeficientes princípiales 1 a 1, con respecto a los que tienen el mismo grado. Entonces lo que nos quedaría es $Q(x) + P(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 6x - 1$

La resta, se hace de manera similar. Termino a término, veamos cómo sería la resta de $Q(x) - P(x)$

Ahora a tener cuidado porque si es de manera similar pero como restaríamos, los de abajo van a estar negativos y hay que tener en cuenta los signos.

$$\begin{array}{rl} & x^4 + 0x^3 - 3x^2 + x + 1 \\ - & \\ & \underline{0x^4 + x^3 - x^2 + 5x - 2} \\ & x^4 - x^3 - 2x^2 - 4x + 3 \end{array}$$

Tengan en cuenta que no es lo mismo realizar Q(x)-P(x) que P(x)-Q(x). Analícenlo de la siguiente manera. No es lo mismo restar 8-3=5 que 3-8=-5. Ténganlo en cuenta a la hora de realizar el procedimiento.

Siempre ordenen los polinomios para poder ver más claro el término a término que les estoy diciendo.

Como para completar la idea resolvamos $P(x) - Q(x)$

$$\begin{array}{rl} & 0x^4 + x^3 - x^2 + 5x - 2 \\ - & \\ & \underline{x^4 + 0x^3 - 3x^2 + x + 1} \\ & -x^4 + x^3 + 2x^2 + 4x - 3 \end{array}$$

<u>Multiplicación.</u>

Primero veamos para tener en cuenta la multiplicación de algún polinomio por un número natural o también llamado escalar. Ahora vamos a observar que se distribuye ese número con los términos del polinomio uno a uno. Por ejemplo con el Q(x) del ejemplo anterior, multipliquémoslo por 3.

$$Q(x) = x^4 - 3x^2 + x + 1$$

Es decir, veamos como quedaría $3 \cdot Q(x)$

$$3 \cdot Q(x) = 3\left(x^4 - 3x^2 + x + 1\right)$$
$$3Q(x) = 3x^4 - 3 \cdot 3x^2 + 3x + 3 \cdot 1$$
$$3Q(x) = 3x^4 - 9x^2 + 3x + 3$$

Aclaremos que esto puede pasar con cualquier número, es decir, fracciones, números irracionales, y función también para la división de estos escalares.

Ahora veamos concretamente la multiplicación de dos polinomios.

La idea es hacer propiedad distributiva entre los términos de los dos polinomios. Recuerden que cuando multiplicamos las X, estas hacen que se sumen los grados de ambos monomios.

Veamos un ejemplo utilizando el polinomio ya visto Q(x), con otro que vamos a escribir.

$$Q(x) = x^4 - 3x^2 + x + 1$$
$$R(x) = x^2 - 2x$$

Calculemos $Q(x) \cdot R(x)$

$$Q(x) \cdot R(x) = \left(x^4 - 3x^2 + x + 1\right) \cdot \left(x^2 - 2x\right)$$

Como dije antes, la idea sería hacer distributiva término con término y multiplicarlos de a uno.

$$Q(x) \cdot R(x) = \left(x^4 - 3x^2 + x + 1\right) \cdot \left(x^2 - 2x\right)$$
$$x^4 \cdot x^2 - 3x^2 \cdot x^2 + x \cdot x^2 + 1 \cdot x^2 + x^4 \cdot (-2x) - 3x^2 \cdot (-2x) + x \cdot (-2x) + 1 \cdot (-2x)$$
$$x^6 - 3x^4 + x^3 + x^2 - 2x^5 + 6x^3 - 2x^2 - 2x$$
$$x^6 - 2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - x^2 - 2x$$

Vean como distribuí uno con uno los términos y luego reordene el polinomio utilizando las sumas para que quede. Tengan en cuenta muchos los signos, fíjense que no son cuentas complicadas, pero son bastantes. Así que sean lo más prolijos posibles.

En este caso, hacer la operación $Q(x) \cdot R(x)$ o $R(x) \cdot Q(x)$ por que como la suma y la multiplicación son conmutativas puede pasar eso. En cambio. No pasa con la resta y la división. Ténganlo en cuenta.

<u>División.</u>

Bueno, acá llega la parte más difícil. Como soy bueno y el profe más copado del mundo. No vamos a hacer divisiones de polinomios súper difíciles. ¿Por qué? Porque la realidad que dividir un polinomio por otro es sumamente feo y realmente es similar al proceso que hacen cuando dividen un número. Es decir, el famoso algoritmo que aprendemos en la primaria. Ojo, vamos a dividir, no se crean que no. Pero lo que vamos a hacer es dividir a un polinomio P(x) por otro polinomio Q(x) pero donde Q(x) es de grado 1. Es decir que Q(x) puede ser de la siguiente manera.

$Q(x) = x - a$ Donde a puede ser cualquier número real.

Ejemplos de este tipo de polinomios:

$$Q(x) = x + 2 \qquad ; \qquad Q' = x - \frac{1}{3} \qquad ; \qquad Q'' = x - 7$$
$$a = -2 \qquad\qquad a = \frac{1}{3} \qquad\qquad a = 7$$

Y así puede ser con cualquier número que elijamos en reemplazo de a

La idea ahora sería hacer esto $P(x):Q(x)$ donde $Q(x)$ es el polinomio de grado 1 que les dije. Tengan en cuenta eso porque como dijimos antes no es conmutativa la división, hay que súper claros a la hora de resolver eso.

Bien la idea para esto es utilizar una famosa regla, llamada Regla de Ruffini. Voy a pasar a explicarla paso por paso y voy a sumar algunos videos para que ustedes puedan entenderlo de alguna mejor manera.

Me parece mucho más claro explicar la regla con un ejemplo concreto.

Veamos como seria la división entre estos dos polinomios, es decir, $P(x):Q(x)$

$$P(x) = x^3 - 4x^2 + 2x + 1$$
$$Q(x) = x - 1$$

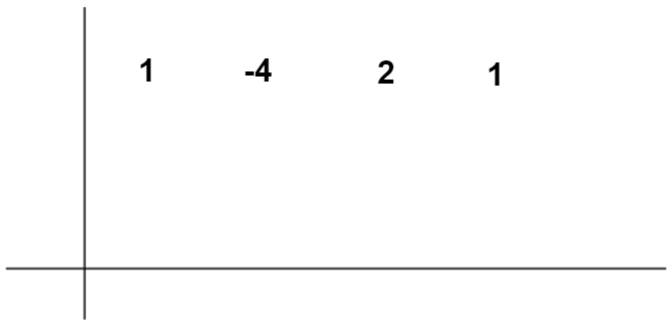
Bien, entonces lo que nosotros estaríamos dividiendo sería:

$$P(x):Q(x)$$
$$\left(x^3 - 4x^2 + 2x + 1\right):\left(x - 1\right)$$

Para que quede súper claro lo que estamos haciendo.

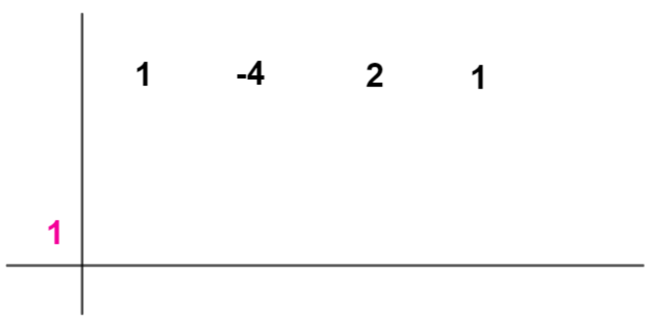
Veamos paso por paso como funciona esta regla.

Como primer paso, colocamos los coeficientes del P(x) en una fila. En este caso el polinomio es completo, si no fuera así completaría con ceros (como hicimos anteriormente).

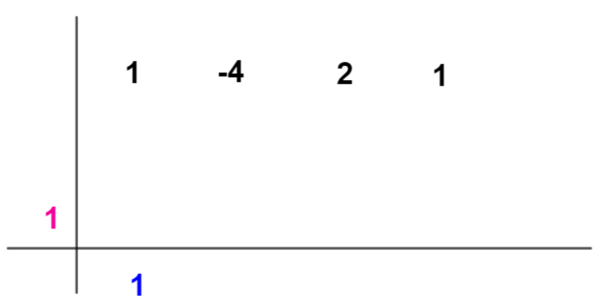


Fíjense que coloque los coeficientes del polinomio, si, hace falta hacer esa línea para que les sea más cómodo y ahora van a ver porque.

Posteriormente, colocamos el opuesto (le cambiamos el signo) del término independiente del divisor (Q(x)). Noten que lo coloco abajo a la izquierda y con signo positivo



Hasta ahí colocamos los valores para realizar la operación. Entonces para empezar, bajamos el primer coeficiente. En nuestro caso el 1 (por el primer termino del polinomio).



Multiplicamos ese coeficiente por el divisor (Q(x), y en nuestro caso 1) y lo colocamos debajo del siguiente término.

	1	-4	2	1
1		1		
	1			

Ahora sumamos los dos coeficientes (-4+1)

	1	-4	2	1
1		1		
	1	-3		

Repetimos el proceso anterior y vamos completando paso a paso la tabla.

	1	-4	2	1
1		1	-3	
	1	-3	-1	

Hice exactamente lo mismo que antes, multiplique el -3 azul por el 1 rosa y me quedo el -3 verde. Para después que la cuenta 2-3 que me quede el -1 azul.

Repito lo mismo para el último paso.

	1	-4	2	1
1		1	-3	-1
	1	-3	-1	0

Por suerte llegamos al final y el 0 que tienen ahí sería el RESTO que nos queda por dividir esos polinomios, si no saben lo que es el resto busquen por favor en internet porque eso es de la primaria jaja. Ahora esos números que tenemos en azul son los coeficientes de nuestro nuevo polinomio.

Noten, que como dividimos a P(x) por un polinomio de grado 1, es decir Q(x), les estaríamos sacando un grado a nuestro nuevo polinomio. Entonces como P(x) era de grado 3, ahora el resultado debería dar uno de grado 2. Ténganlo en cuenta siempre.

Entonces, nuestros coeficientes de este nuevo polinomio, de grado 2, serían 1 para x^2 , -3 para x y -1 como termino independiente. Es decir:

$$P(x):Q(x)=x^2-3x+1$$

Yo sé que esto puede ser, va no, no puede ser es bastante molesto aprenderlo así. Es muy molesto e imagínense que intente ser los más didáctico posible. La idea es reforzarlo con un zoom y les puse bastantes ejercicios sobre lo mismo para reforzar bien las ideas. También les voy a dejar algunos videos sobre esto para que los tengan en cuenta, porque muchas veces un solo ejemplo no basta.

https://www.youtube.com/watch?v=kL85aI70rD8

Esta muchacha tiene varios ejemplos ahí. Es bastante copada.

Trabajo para entregar N° 3

1. Dados los siguientes polinomios, realizar las operaciones indicadas:

   $P(x)=x^3-x^2-10x+5$; $Q(x)=-8x^5+2x^3-4x^2-1$

   $R(x)=x^3-2x^2-5x-3$; $T(x)=x^2+3$

   a) $P(x)+Q(x)$
   b) $P(x)-2Q(x)$
   c) $Q(x)-R(x)$
   d) $R(x)\cdot T(x)$
   e) $R(x)-Q(x)$

f) $T(x)\cdot R(x)$

2. Resolver:

a) $\left(2x^6-3x^4+x^3-3\right)\left(-4x^4\right)$

b) $\left(x^3-4x^2+2\right)\left(-x^4-2x\right)$

c) $\left(x^2-\dfrac{1}{2}\right)\left(4x^3-5x^2-x+1\right)$

d) $\left(\dfrac{3}{4}x^2-\dfrac{1}{2}\right)\left(\dfrac{3}{4}x^2+\dfrac{1}{2}\right)$

e) $3\left(-\dfrac{1}{9}x+x^3\right)+\dfrac{1}{2}\left(4x+2x^2-2\right)$

3. Realizar las siguientes divisiones utilizando la regla de Ruffini. Escribir el polinomio resultante y el resto para cada división.

a) $\left(x^4-3x^2-2x+1\right):\left(x+4\right)$

b) $\left(2x^6-3x^4+2x^3+3x-1\right):\left(x-2\right)$

c) $\left(-3x^4-x^3-2x^2-1\right):\left(x+3\right)$

d) $\left(x^6-2x^3-x^4\right):\left(x+\dfrac{1}{2}\right)$

e) $\left(-2x^4-15x^2-x-6\right):\left(x-3\right)$

f) $\left(-x^3-5x^2-2x+6\right):\left(x+2\right)$