

Trabajo Practico N° 5 4to A Matemática

Mail: alejandro.petrillo@gmail.com

Wtp: 11-4075-4757

Fecha de entrega: 20 de noviembre

Hola hola. Ya a esta altura no voy a explicar cómo nos manejamos, espero los trabajos todos completitos y con colores para el 20 de noviembre y así no me ven más por un tiempo. Aunque es re obvio que me van a extrañar. Explico todo detallado acá y luego el tp para entregar. Viene con una sorpresa al final, como para que no se aburran jeje.

Modulo

Bueno, este trabajo vamos a hablar de modulo y como se lleva con las ecuaciones (este modulo). Primero veamos la definición de modulo y después vamos a ir sumando a las operaciones que ya sabemos al respecto.

¿Qué es el modulo?

El modulo o también llamado valor absoluto de un número es un su valor numérico sin tener en cuenta su signo. Es decir, que el modulo de un número es el valor positivo del mismo. Lo notamos con dos barritas a los costados. Veamos algunos ejemplos:

$$|5| =$$

$$|-5| = 5$$

$$\left|\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$$

$$|-\sqrt{2}| = \sqrt{2}$$

Como concepto general escribiremos, para todo a que sea cualquier número real:

$$|a| = a$$

$$|-a| = a$$

Aclaro lo de a negativo, aunque se sobre entienda que vale para cualquier numero negativo también.

Propiedades del modulo:

. Siempre $|a| \geq 0$

$$|a| = \sqrt{a^2}$$

A partir de este modulo podemos calcular la distancia entre dos números y vamos a decir concretamente.

Distancia entre 2 números.

Sean a y b dos números reales cuales quiera entonces decimos que la distancia entre estos dos números será el modulo de la diferencia. Es decir:

$$d(a,b) = |a - b|$$

En estos casos da igual la diferencia entre a y b o de b y a, es decir:

$$d(a,b) = |a - b| = |b - a|$$

Veamos un ejemplo de calcular la distancia entre 29 y 75

Calcularemos:

$$d(75,29) = |75 - 29| = |46| = 46$$

Veamos ahora otro ejemplo, calculando la distancia entre -28 y 55

$$d(-28,55) = |-28 - 55| = |-83| = 83$$

Noten que la distancia siempre da positiva, ténganlo en cuenta.

Ahora vamos a ver como se utiliza este modulo en diferentes operaciones y expresiones algebraicas.

Si tuviéramos que calcular este modulo con variables, empezariamos viendo para que valores se cumplen la siguiente ecuación, es decir:

$$|x| = 2 \text{ La pregunta va a ser, ¿Qué valores puede tomar X para resolver eso?}$$

En este caso, al hacerse positivo X puede tomar 2 valores ¿Por qué? Veamos que para 2, está claro que vale, $|2| = 2$ pero ojo, vamos a tener otro resultado, notemos que también pasa con -2, $|-2| = 2$.

Entonces, tendremos 2 valores para resolver esa ecuación. Entonces, x puede tomar 2 valores, 2 y -2

A partir de ahora cada vez que tengamos que resolver el modulo de "algo", los separaremos en 2. Una parte negativa y otra positiva. En este caso seria:

$$|x| = 2$$

$$x = 2; x = -2$$

Noten que elimine el modulo y lo separe en 2, con una parte positiva y la otra negativa para poder resolverlo.

Lo mismo haremos con las desigualdades con modulo.

Resolvamos las siguientes:

$$|x| \leq 3$$

Cuando pasa esto vamos a resolver como intervalo (similar al tp anterior), si eso no tuviese modulo lo resolveríamos como

$x \leq 3$ Y lo escribiríamos como $(-\infty, 3]$ pero vamos a usar las dos opciones como hicimos anteriormente. Veamos

$$|x| \leq 3$$

$$x \leq 3 \quad y \quad -x \leq 3$$

Y nos quedaría, $x \leq 3 \quad y \quad x \geq -3$

Si lo escribimos como intervalo, nos quedaría $x = [-3, 3]$

Veamos otro ejemplo:

$$|x| > \frac{1}{2}$$

Como veníamos haciendo, lo separamos en 2, una parte negativa y la otra positiva:

$$|x| > \frac{1}{2}$$

$$x > \frac{1}{2} \quad y \quad -x > \frac{1}{2}$$

Y nos quedaría $x > \frac{1}{2} \quad y \quad x < -\frac{1}{2}$

Entonces los valores que toma $x = \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

Como observación, notemos que NUNCA vamos a ver un modulo de un número negativo, por definición eso no podría pasar.

$$\cdot |x| = -3 \quad \cdot |x| \geq -\frac{1}{3} \quad \cdot |x| < -1$$

Vuelvo a repetir, jamás el modulo de algo nos puede dar negativo. Los ejemplos anteriores son todos errores.

Por último y no tan último, vamos a ver cómo resolver algunas expresiones algebraicas y ecuaciones. Similar a la manera de ver antes, separada en 2 momentos, una como opción positiva y la otra como opción negativa.

Resolvamos la siguiente expresión:

$$3|x| + 8 - |x| = 28$$

Cuando aparece este tipo de expresión, la $|x|$ resolvámosla similarmente a resolver una ecuación, entonces ese modulo se va a despejar igual que en una ecuación y llegado al final resolveremos de las formas vistas anteriormente. Veamos:

$$3|x| + 8 - |x| = 28$$

$$3|x| - |x| = 28 - 8$$

$$2|x| = 20$$

$$|x| = 10$$

Y como dije antes, veamos que x vale 10 y -10, es decir, que x tiene 2 valores, $x = 10$ y $x = -10$.

Ahora y POR ÚLTIMO, veamos cómo resolver una ecuación con modulo pero cuando dentro del modulo no aparece solamente la X , si no que podemos encontrar otras cosas dentro.

Lo mismo que antes vamos a plantear varios ejemplos y vamos a ver como al tener un modulo, separamos en 2 de alguna manera, la opción positiva y la opción negativa, luego operamos normalmente.

$$|x - 7| = 12$$

Resolvamos esa ecuación con modulo.

Como dije antes, vamos a separar en las dos opciones, la opción positiva siempre es la más sencilla de ver, es decir, que voy a resolver la ecuación normalmente porque ese modulo va a tener una opción positiva. Veamos:

$$|x - 7| = 12$$

$$x - 7 = 12$$

$$x = 12 + 7$$

$$x = 19$$

Veamos ahora cuando este puede ser negativo, es decir que ese modulo también tiene la opción negativa. Es decir, que reemplazo por todo el modulo negativo, veamos:

$$\begin{aligned}|x - 7| &= 12 \\ -(x - 7) &= 12 \\ -x + 7 &= 12 \\ -x &= 12 - 7 \\ -x &= 5 \\ x &= -5\end{aligned}$$

Entonces para esa ecuación tenemos 2 soluciones ahora, $x = 12$ y $x = -5$.

Tengan MUY en cuenta que ya deje de tener una sola opción para las ecuaciones (antes pasaba eso), ahora empiezo a tener 2,3, 4 e intervalos como respuestas.

Veamos otros ejemplos:

$$|x + 4| = 2|x + 4| - 1$$

Veán que este es similar al anterior pero ahora tiene 2 modulos, pero que son iguales y como son iguales, los puedo sumar o restar entre si. Veamos como se resuelve.

$$\begin{aligned}|x + 4| &= 2|x + 4| - 1 \\ 1 &= 2|x + 4| - |x + 4| \\ 1 &= |x + 4|\end{aligned}$$

Ahí lo que hice, restar los módulos porque son similares y puedo operarlos.

Sigamos con la resolución, similar a la anterior.

$$|x + 4| = 1$$

Me quedo ese y ahora lo separo en opción positiva y negativa como veníamos trabajando, entonces:

$$\begin{aligned}|x + 4| &= 1 \\ x + 4 &= 1 \\ x &= 1 - 4 \\ x &= -3\end{aligned}$$

Y viendo la negativa:

$$|x+4|=1$$

$$-(x+4)=1$$

$$-x-4=1$$

$$-x=5$$

$$x=-5$$

Entonces, nuestras x va a tomar dos valores, -3 y -5.

De la misma manera se resuelve si tengo un cuadrado, de la misma manera se resuelve si tengo mas módulos o fracciones o raíces, que para ustedes son la muerte.

Como vimos, es separar generalmente en dos opciones porque la definición de modulo nos lleva a tener la parte positiva como la negativa. Entonces ténganlo en cuenta.

Trabajo Práctico N° 5 para entregar

1. Resolver las siguientes operaciones con modulo:

- a) $|-5-10|-|13-14|=$
- b) $|4-9-|-3-2||+|-2+5|=$
- c) $|-2 \cdot (-9)-|-20||+|3: (-2-1)|=$
- d) $\left| \left| -\frac{1}{2} \right| - \left| -3 - \frac{5}{2} \right| \right| =$

2. Hallar la distancia entre estos números. Utilizando la formula de distancia

- a) 70 y 23
- b) -45 y 89
- c) 70 y -45
- d) -78 y -221
- e) $-\frac{1}{2}$ y $\frac{5}{2}$

3. Determinar el conjunto de valores que verifican las siguientes expresiones.

- a) $|x|=7$
- b) $|x|=-6$
- c) $|x|\leq 9$
- d) $|x|> \frac{1}{4}$
- e) $|x|\geq \sqrt{2}$
- f) $|x|< 0$

g) $|x| \geq 0$

h) $|x| \geq -4,3$

4. Resolver las siguientes ecuaciones.

a) $-2|x| + 6 = -10$

b) $2(|x| + 2) + 5|x| = |x| - 2$

c) $|x + 2| = 7$

d) $8|2x - 1| + 2 = 2|2x - 1| + 10$

e) $|2x - 6| = |x - 3| + 18$

f) $|x^2 + 1| = 26$

g) $5|x + 6| = 3(|x + 6| - 2) + 24$

Ejercicio fin de año.

Elegir un trabajo practico del año (el que quieran o más les guste o les haya llamado la atención) y realizar un escrito con sus propias palabras de aproximadamente una carilla. Puede ser un resumen, puede ser lo que hayan entendido de ese trabajo o lo que les haya quedado.

. Si o si, tiene que ser con sus palabras.

. Les dejo unas preguntas para guiarse a la hora de escribir. ¿De qué habla este trabajo? ¿Qué entiendo de esto? ¿Qué ejercicios me gustaron o no y porque? ¿Para que sirve ese tema? ¿Con que lo conectan a la hora de entenderlo? ¿Cómo se les complico y lo fueron entendiendo a partir de que ejercicio? Etc.